

Investigación Económica  
Universidad Nacional Autónoma de México  
karinanp@economia.unam.mx  
ISSN (Versión impresa): 0185-1667  
MÉXICO

2003  
Luis Huesca Reynoso  
ANÁLISIS DE LA POLARIZACIÓN DEL INGRESO DE LOS HOGARES EN MÉXICO  
DURANTE 1984-2000  
*Investigación Económica*, octubre-diciembre, año/vol. LXII, número 246  
Universidad Nacional Autónoma de México  
Distrito Federal, México  
pp. 89-123

Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal

---

Universidad Autónoma del Estado de México

<http://redalyc.uaemex.mx>



## ***Análisis de la polarización del ingreso de los hogares en México durante 1984-2000***

LUIS HUESCA REYNOSO\*

### **INTRODUCCIÓN**

La formalización del fenómeno de la polarización es reciente, y ha sido abordado durante los años noventa por economistas que han tenido interés en cuestiones afines con el crecimiento económico, la convergencia y la desigualdad.<sup>1</sup> El desarrollo teórico de la medida de la polarización se ha justificado por una diversidad de situaciones económicas y sociales entre las cuales se podría prever que, un cierto grado de agrupación o polarización en sí sería más relevante que aquél producido por la des-

---

Manuscrito recibido en mayo de 2002; aceptado en enero de 2003.

\* Departamento de Economía, Dirección de Desarrollo Regional del Centro de Investigación en Alimentación y Desarrollo, A. C., Hermosillo, Sonora, México. El presente documento es parte de mi tesis doctoral. Expreso mi reconocimiento a las sugerencias realizadas por un evaluador anónimo. Estoy en deuda a los valiosos comentarios de Carlos Gradín y Xavier Ramos en el desarrollo del documento. Cualquier inconsistencia es sólo mía. También agradezco al Programa Supera de la Asociación Nacional de Universidades e Instituciones de Educación Superior —ANUIES— como becario del mismo. E-mail: lhuecas@cascabel.ciad.mx.

<sup>1</sup> Al respecto, véanse los estudios de Esteban y Ray (1994), Wolfson (1994 y 1997), Jenkins (1995), Esteban *et al.* (1999) y Gradín (1999).

igualdad. Así, dentro del estudio de las ciencias sociales coexisten ejemplos relevantes que facilitan el entendimiento del fenómeno, tales como las clases sociales, los problemas raciales, de religión, los conflictos regionales y de política.

El contexto de la Unión Europea y la entrada de España, Portugal y Grecia en los ochenta marcaron la pauta que estimuló a los especialistas a buscar herramientas precisas que determinaran si con el paso del tiempo los países mencionados iban a converger con respecto de aquellos más desarrollados, o si bien, se estarían formando dos grupos de países (o regiones) que compartirían características económicas determinadas y bien diferenciadas.

Por otro lado, la polarización también se percibió como concepto afín al tema de la desaparición de la clase media, fenómeno que en su momento inspiró una serie de trabajos enfocados dentro de la economía laboral (Rosenthal, 1985 y Horrigan y Haugen, 1988). Dicha literatura mostró la falta de consenso en el objetivo de cuantificar formalmente el problema, dado que tan sólo relacionaba patrones de desigualdad creciente sobre razones de ingreso en cuantiles específicos de la distribución de los asalariados, mostrando a su vez resultados muy distintos y poco robustos.<sup>2</sup>

Se presupone que dicho fenómeno se ha presentado en la mayoría de los países debido al implemento de políticas de corte neoliberal. La década de los ochenta marca una pauta en los Estados Unidos al observarse un deterioro de éste grupo social debido a una situación combinada de polarización y desigualdad en su sociedad (Esteban, *et al.*, 1999:15). En el contexto mexicano no existe estudio alguno que estime formalmente la polarización, tan sólo documentos que han captado la idea sociológica del fenómeno, con resultados que esquematizan una falta de cohesión social y de democracia política en el país (Sánchez y de María y Campos, 2001:545-546). Por su parte, existen diversos estudios empíricos sobre la desigualdad que han mostrado que la tendencia de ésta ha sido creciente en los últimos años y con niveles por encima del ámbito promedio internacional (Székely, 1994:147-148, y Lustig, 1998:306).

---

<sup>2</sup> La gran inconsistencia en los resultados que provoca la utilización de éste tipo de medidas es expuesta en Wolfson (1994: 354).

La desaparición de la clase media en el análisis formal de la polarización es entendida como un debilitamiento de los grupos de ingresos medios a costa de un aumento de los grupos extremos rico y pobre, lo que en otras palabras se expresa como la formación distributiva de dos grupos poblacionales bien definidos y diferenciados entre sí. Desde los años setenta se produjo un consenso en cuanto al instrumental y la medición de la desigualdad económica, siguiendo como eje vertebral el principio de transferencias de Pigou-Dalton (PD) y el criterio de dominancia de Lorenz. Además, la creación de un grupo de índices normativos, permitieron otorgar el grado necesario de sensibilidad a las transferencias en determinadas partes de la distribución que quedaban fuera del alcance del principio PD (Atkinson, 1970). Estaba claro que las medidas sobre desigualdad señalaban la concentración; sin embargo, dichos índices no eran capaces de distinguir si la población se concentraría en torno a dos o más polos, o en torno a una media específica de ingreso.

El análisis formalizado de la polarización es abordado y expuesto rigurosamente por Esteban y Ray (1994). Éste se sustenta en un modelo de actitudes individuales que se vincula a la existencia de conflicto social, de tal manera que la polarización es el resultado de agregar sentimientos de identificación entre individuos hacia un mismo grupo y de alienación entre individuos de distintos grupos. En su desarrollo justifican la insatisfacción de utilizar los índices clásicos de la desigualdad en el intento por estimar los efectos de la formación de grupos en las distribuciones. En adición, ofrecen un esquema capaz de medir la polarización desde un ámbito generalizado.

En este contexto, dado que la vasta aplicación metodológica sobre desigualdad difiere de la referida a la medición de la polarización y debido a que los incrementos en la desigualdad pueden ir a la par con un patrón de mayor dualización en las distribuciones (Gradín, 2001:48), cabe plantear cual ha sido el efecto que sobre la clase media ha ejercido una creciente polarización de los ingresos durante las últimas dos décadas en México.

El objetivo del artículo es, por un lado, proveer un panorama general del fenómeno; y mostrar, por el otro, los niveles de polarización en la distribución mexicana del ingreso que admitan al mismo tiempo cuanti-

ficar el tamaño de los grupos sociales (*i.e.* pobre, medio y rico) y sus características de ingreso. El trabajo aplica por vez primera, en mi conocimiento, el tema de la polarización del ingreso en México. También introduce innovación al realizar la inferencia estadística a través de la técnica de *bootstraps* y obtención consecutiva de los errores estándar para los índices estimados.

La estructura del documento se presenta a continuación. En la primera sección se describe el concepto y la medida de la polarización, la segunda presenta la descripción de la base de datos y los resultados de cómputo para las distintas medidas de polarización en el país, en la tercera sección se contrastan los resultados de la aplicación empírica con la evidencia internacional existente para diversos países seleccionados tanto de la OCDE como de América Latina, y de forma final se esquematizan las conclusiones.

### **POLARIZACIÓN: CONCEPTO Y MEDICIÓN**

La idea de una sociedad con una clase media que tiende a reducir su participación dentro de la distribución del ingreso, ha sido abordada eficazmente por Wolfson (1994, 1997) —W—, Esteban y Ray (1994) —ER— y más recientemente por Esteban *et al.* (1999) —EGR—. En este orden, W presenta una clarificación conceptual entre desigualdad y polarización, donde muestra la ineficacia que presentan las medidas estándar sobre desigualdad en la distinción de una sociedad con una clase media deteriorada. En principio, el autor justifica su entorno teórico dentro del esquema de las medidas de desigualdad consistentes con el criterio de Lorenz debido a la familiaridad que éste ofrece, formalizando el concepto de la polarización en una manera análoga al de la desigualdad. Así pues, Wolfson indica la existencia de una complementariedad entre ambas nociones, pero que son bien diferenciadas al identificar un proceso en la dispersión del ingreso que inicia desde la mitad de una distribución y de la bimodalidad que expresa en sí, el fenómeno de la desaparición de la clase media (Wolfson, 1997:404).

El trabajo de ER documenta un fenómeno que es ciertamente complejo, no solamente por la naturaleza global del concepto, sino por no existir en

su momento axioma alguno que capturara su esencia. El concepto global de la polarización conllevó a la búsqueda de un ordenamiento parcial que explicara formalmente sus cambios e incrementos sobre una distribución, debido a que iguales direcciones de cambio distributivo podrían estar representadas con distintos efectos sobre la polarización.

De esta manera, ER demuestra de forma rigurosa una serie de casos en los que divergencia y convergencia entre la polarización y la desigualdad es permisible. Establecen que cuando los cambios que se generan en una distribución —debido a transferencias progresivas de ingreso— provocan un fenómeno de convergencia hacia un promedio global específico, se detecta una reducción tanto de la polarización como de la desigualdad, mientras que un agrupamiento de individuos hacia distintos niveles de ingreso promedio (o modas específicas) genera una polarización creciente en una sociedad que muestra una reducción de la desigualdad (Esteban y Ray, 1994: 821). Por lo anterior, ER introduce tres propiedades que todo fenómeno de polarización debería exhibir en una distribución:

- a) La existencia de un alto grado de homogeneidad dentro de cada grupo (sentimiento de identificación de grupo).
- b) La existencia de un alto grado de heterogeneidad entre los grupos (sentimiento de alienación).
- c) Debe existir un número pequeño de grupos de gran tamaño.

En general, es posible observar que la polarización es cuestión de grupos, donde los individuos distantes y aislados entre sí son incapaces de generar conflicto social.<sup>3</sup> De esta forma, la medida de la polarización se presenta en un modelo que caracteriza el comportamiento de cualquier individuo en función de una interacción entre dos sentimientos (de alienación y de identificación) que generan un fenómeno de antagonismo efectivo. Cada individuo ubicado en determinado grupo lo expresará hacia otro fuera de él. Si dicho fenómeno es creciente se presentará un grado más alto de identificación intragrupo (o de identificación interna) que, a

---

<sup>3</sup> En Esteban (1996:7) se muestra como un fenómeno de desigualdad extrema o de igualdad completa va a la par con un bajo nivel de conflictividad social.

su vez, reforzará el efecto de alienación. Es así como la polarización se concibe como la suma de todo el antagonismo efectivo intrínseco hacia la distribución.<sup>4</sup>

La propiedad *a* y *c* marcan las diferencias con la desigualdad, debido a que una mayor homogeneidad interna hará decrecer la desigualdad por un lado y aumentar la polarización por otro, en tanto que la desigualdad mayor se logra cuando tan sólo un individuo concentra todo el ingreso. La tercera propiedad hace referencia a que los grupos con un peso insignificante conllevan una reducida importancia y, por tanto, no son relevantes en el proceso de captar la formación de grupos.

Toda medida de polarización debe satisfacer las características de no-monotonidad y de globalidad. La primera establece que la variación en la polarización podría no ser la misma dado un cambio distributivo que incluya una serie monótona de cambios pequeños en una misma dirección, mientras que la segunda, implica que siempre se deberá considerar al conjunto de la distribución para conocer la dirección de movimiento de la polarización.<sup>5</sup>

Debido a que la medida de la polarización en ER requiere que la información se encuentre preagrupada de alguna manera, la formación de los grupos en la distribución es determinada exógenamente, esto es, se presupone que los individuos ya están integrados en grupos diferenciados a través de intervalos y frecuencias, que a su vez pueden ser reagrupados con criterios ciertamente arbitrarios. Lo anterior implicaba que no fuese utilizado el grado máximo de dispersión que pudiesen tener de forma interna los grupos y, que al mismo tiempo, debilitaría la polarización que éstos generan. En Esteban (1996) se muestra que otra forma de agrupar los datos, ampliamente utilizada en el ámbito distributivo, son los cuantiles, pero que ésta agrupación de datos es útil solamente en el análisis de la

---

<sup>4</sup> El enfoque ER (1994) establece todo un grupo de axiomas y teoremas que representan las formas funcionales de las funciones de alienación y de identificación.

<sup>5</sup> Estas características no se cumplen para el caso de la desigualdad, debido a que el axioma Pigou-Dalton siempre conducirá a una menor o mayor desigualdad independientemente de las características de la distribución y del peso poblacional implicado en las transferencias.

desigualdad. Para el caso de la polarización dicha agrupación esteriliza sus efectos distributivos debido a que la información es manipulada para que la frecuencia sea igual en todos los grupos existentes, no obstante que las distancias entre los ingresos sea dispar.<sup>6</sup>

De esta manera, partiendo de la necesidad de hacer más operable empíricamente el índice  $ER$  cuando las distribuciones no se encuentran preagrupadas,  $EGR$  aporta la extensión que permite introducir la falta de identificación al interior de los grupos. Su método propone endogeneizar los grupos, asignando los individuos dada su característica de ingreso por su mayor proximidad de tal manera que éstos no se solapen. Así los grupos se identifican lo más posible y, al mismo tiempo, se diferencian entre sí. Finalmente, la polarización de los grupos es definida como aquella que resulta de descontar en ésta la falta de identificación interna de los mismos.

### La medición de la polarización

La polarización hace referencia a la formación de  $k$  grupos en una distribución definida por su densidad  $F$ , alcanzando su máximo nivel cuando la población está fraccionada en dos grupos internamente homogéneos y situados en los extremos de ésta. Por la propiedad de identificación, la medida depende no solamente del número de individuos similares en la formación de un grupo, sino también de las características comunes que éstos comparten, que en este caso es el ingreso denotado por  $y$ . Debido a que únicamente las diferencias relativas importan, el ingreso debe ser transformado con logaritmos neperianos o, en su defecto, ser normalizado por la media global ( $ER$ , 1994:829).

En este sentido, un individuo con ingreso  $x$  sentirá identificación de grupo  $I(x, F)$  dentro de una distribución dada  $F$ , y expresará alienación  $r(x, y)$  con respecto de aquél individuo con ingreso  $y$ . Así, el antagonismo efectivo de  $x$  hacia  $y$  presenta una función creciente de la forma  $T[I(x,$

---

<sup>6</sup> Al respecto, el fenómeno se explica por qué la medida de la polarización es lineal en las distancias y convexa en las frecuencias, mientras que aquellas en la desigualdad son lineales en las frecuencias y convexas en las distancias [Esteban (1996:11)].



$F$ ),  $r(x, y)$ ] tal que el antagonismo efectivo aumentará con la alienación pero se aminorará con el sentimiento de identificación. La agregación del antagonismo efectivo generado en la distribución se expresa de la siguiente manera:

$$P(f) = \int_0^1 \int_0^1 T(I(x, F), r(x, y)) dF(x) dF(y) \quad [1]$$

La medida descrita en estos términos es continua y no presenta operatividad alguna, por lo que a continuación se presenta una notación más precisa.

Denotando el dominio  $D$  de toda distribución, se tiene que la medida de la polarización se elabora en un espacio  $P: D \longrightarrow \mathfrak{R}^+ y$ , debido a la normalización de los datos, los ingresos cero no son permitidos.

Así tenemos que, para un conjunto de ingresos normalizados por la media  $y_i$  y población relativa de los grupos  $p_i$ , con  $i = 1, \dots, n$  que tienen una función de distribución  $F^7$  acumulada por su densidad, siempre que  $y \in \mathfrak{R}^n, y_i^{-1} y_j$  para todo  $i, j$  y  $p > 0$ , se puede expresar una representación simplificada de  $F$  por una partición  $r = (z_0, z_1, z_2, \dots, z_k; y_1, y_2, \dots, y_k; p_1, p_2, \dots, p_k)$  que delimita  $k$  grupos sin cruce alguno, con ingresos de corte  $z_0 < \dots < z_k$ . Esta partición define los grupos dentro de un intervalo de ingresos  $(z_{i-1}, z_i) \forall i = 1, \dots, k$ . La fórmula propuesta por ER aplicada en  $r$  es la siguiente:

$$ER(\alpha, \rho) = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k p_i^{1+\alpha} p_j |y_i - y_j| \quad [2]$$

El parámetro  $\alpha$  requiere especial atención, ya que representa una constante positiva que captura la importancia de identificación de grupo y es precisamente la presencia de la identificación la que distingue una medida

---

<sup>7</sup> Este tipo de distribución es continua y generalmente unimodal. No obstante, en la formación de polos o grupos poblacionales sobre la distribución del ingreso, como señala Esteban (1996:11), no tiene sentido considerar que dos individuos con ingresos muy similares, aunque distintos, pertenecerán a grupos diferentes. Por su parte, Gradín (1999) muestra como la polarización y la desigualdad se comportan de manera distinta para este tipo de distribuciones.

de polarización de aquella utilizada para la desigualdad. Por tanto,  $\alpha$  pondera la relevancia hacia la formación de grupos en la distribución, reflejando entonces la sensibilidad hacia la polarización.

El término  $\alpha$  no puede tomar valores arbitrarios, debido a que existe un punto máximo en el cual la función de identificación dejaría de satisfacer los axiomas inherentes a la medida, por lo que debe acotarse dentro de un intervalo (1,1.6) (Esteban y Ray, 1994: 834). La función de identificación debe ser de la forma  $I(x, F)^\alpha = I(p^\alpha)$ , con  $\alpha > 0$ . Si  $\alpha = 0$ , el índice obtenido de [2] resulta ser una transformación escalar del coeficiente de Gini, es por ello que el exponente que pondera la población es elevado en la fórmula a una potencia que excede la unidad ( $1+\alpha$ ), otorgando de esta manera el comportamiento requerido por la medida de la polarización. Es así como se asume que  $\alpha$  puede tomar tres valores: 1 para un parámetro de baja sensibilidad, 1.3 para uno moderado y 1.6 para la máxima sensibilidad.

Por su parte, y desde un punto de vista estadístico,  $\rho$  es una representación de  $F$  que induce un término de error  $\in (F; \rho)$  que explica la falta de identificación al interior de los grupos debido a la existencia de dispersión interna. De esta forma, la extensión EGR que incorpora la falta de identificación en el nivel de polarización dado en  $F$  es expresada como la estimación de [2] sustrayendo el término error de la siguiente manera:

$$EGR(F; \alpha, \beta, \rho) = ER(\alpha, \rho) - \beta \in (F, \rho) \quad [3]$$

El índice EGR esta acotado entre (0,2)<sup>8</sup> en tanto no presenta límite superior cuando el ingreso es expresado en logaritmos neperianos —como ocurre en ER (1994).

$\beta$  es un parámetro libre que asigna el peso a la falta de identificación interna en un rango (0,1). Cuando  $\beta = 1$  se asigna todo el peso de la falta de identificación interna entre los  $k$ -grupos, haciendo referencia a la polarización extendida en EGR, mientras que cuando  $\beta = 0$  se hace referencia a la medida simple de polarización en ER. El uso de diferentes

---

<sup>8</sup> La medida alcanza su máximo valor cuando la distribución es simétrica, esto es, la mitad de la población en cada extremo:  $0.5(y_1 + y_2)$ .

valores entre  $\alpha$  y  $\beta$  permite demostrar lo robusto de la medida a nivel empírico, sin importar el número de grupos asumido en la distribución. En general, siempre existirá un número de grupos (endógenos) que minimice el error de dispersión y que represente el nivel máximo de polarización para un nivel dado de  $\beta$ .

Es factible obtener el error  $\in(F; \rho)$  a través de la descomposición del coeficiente de Gini.  $\in$  se minimiza al expresarse en términos de la media de todas las distancias de ingreso entre los individuos de los  $k$  grupos.<sup>9</sup> Lo anterior se calcula como la sustracción de la desigualdad de la representación en  $\rho$  de aquella estimada para la distribución original en  $F$ :

$$\in(F; \rho) = G(F) - G(\rho) \quad [4]$$

y dado que los grupos deben presentar un nivel similar en ingresos, la distancia promedio de los pares de ingreso  $x$  y  $y$  dentro de los grupos se expresa en forma continua como:

$$\in(F; \rho) \equiv \frac{1}{2} \sum_{l=1}^k \int_{z_{l-1}}^{z_l} \int_{z_{l-1}}^{z_l} |x - y| dF(x) dF(y) \quad [5]$$

---

<sup>9</sup> El término de error mide el componente intragrupo de la descomposición del Gini en un componente *dentro* y uno *entre*. Mookherjee y Shorrocks (1982:888) han demostrado que cuando los ingresos de un grupo hacia otro no se solapan (como en este caso), tal descomposición existe. El enfoque empleado es el de Lambert y Aronson (1993) que interpretan geoméricamente los dos componentes *entre* e *intra* grupos en términos de áreas sobre una curva de Lorenz. La parte explicada es igual a  $G_B + R$ , con  $G_B$  como el Gini entre grupos y un factor residual  $R$  igual a cero si no existe el mencionado solapamiento. La descomposición toma la forma siguiente:

$$G = G_B + \sum a_k G_k + R,$$

donde  $G_k$  es el Gini dentro del subgrupo  $k$  y  $a_k$  es un cociente del producto de la participación poblacional del subgrupo  $N_k^2$  con ingreso medio  $\mu_k$  con respecto de aquel referido a la población total  $N^2$  con ingreso medio  $\mu$ :  $a_k = N_k^2 \mu_k / N^2 \mu$ . Así, la parte explicada  $G_B$  se obtiene como el residuo entre el Gini de la distribución menos el componente intragrupo.

Para determinar la polarización de los grupos de forma endógena e implementar la medida en la fórmula [3], se obtiene una partición óptima para cualquier  $k \geq 2$ , y se generaliza la agrupación óptima en  $\rho^* = (z_0^*, z_1^*, \dots, z_k^*; y_1^*, \dots, y_k^*; p_1^*, \dots, p_k^*)$ . Una vez definido el número de grupos se precisa conocer sus localizaciones en la distribución, por lo que se utiliza el siguiente algoritmo propuesto en Esteban *et al.* (1999):

$$z_i^* = \frac{p_i^* y_i^* + p_{i+1}^* y_{i+1}^*}{p_i^* + p_{i+1}^*} \quad [6]$$

La expresión en [6] muestra que es factible encontrar la partición óptima de una distribución entre dos grupos adyacentes, como un ingreso promedio conjunto de ambos grupos. De esta forma, se muestra finalmente la medida EGR que estima la polarización en  $F$  para  $K$  grupos endógenos:

$$P(F; \alpha, \beta, \rho^*) = ER(\alpha, \rho^*) - \beta [G(F) - G(\rho^*)] \quad [7]$$

El índice  $P$  tiene la propiedad de homosteticidad que es estándar en el entorno de la desigualdad (Esteban y Ray, 1994: 830) y se denota como condición  $H$ .

De acuerdo con la condición  $H$ , si  $P(p, y) \geq P(p', y')$  para dos distribuciones  $(p, y)$  y  $(p', y')$  entonces para todo cambio distributivo  $\lambda > 0$ ,  $P(\lambda p, y) \geq P(\lambda p', y')$ .

Esta propiedad hace alusión a que el ordenamiento inducido por la medida sobre dos distribuciones no variará con respecto de su tamaño poblacional. En este sentido se utilizan los factores de expansión de las encuestas como ponderadores analíticos en las estimaciones, lo que permite no solamente referirse a la población total en su conjunto, sino otorgar al mismo tiempo independencia con respecto del tamaño muestral (y poblacional) de la medida sobre las distribuciones.

## La bipolarización

Uno de los objetivos del documento es estudiar de qué manera la polarización ha tendido a separar los extremos de la distribución del ingreso a

costa del centro. De esta forma, cuando se asume que la población se encuentra dividida en dos grupos, el ingreso medio define a la partición óptima  $z$  que separa los grupos pero que al mismo tiempo minimiza el término de error  $\epsilon$ . Cuando  $k = 2$  la estimación dividirá a la población en dos (los que se encuentren por debajo de la media  $P_\mu = F(\mu)$  de los que estén por encima) y después calculará la bipolarización entre ambos grupos, descontando respectivamente la falta de identificación interna. En el caso óptimo se tiene que  $\alpha = \beta = 1$  y la fórmula a estimar en  $P_\mu$  se convierte en:

$$P(F; \alpha = 1, \beta = 1, z = \mu) = 2[p_\mu - L(p_\mu)] - G(F) = 2D(F) - G(F) \quad [8]$$

donde  $L(P_\mu)$  es la ordenada de Lorenz correspondiente al ingreso medio, por lo que la diferencia  $P_\mu - L(P_\mu)$  se puede expresar con la desviación relativa media en  $D(F)$  como:

$$D = p_\mu - L(p_\mu) \quad [9]$$

El índice propuesto por Wolfson (1994) resulta ser una situación particular de EGR y se presenta para el caso en que la mediana indique el punto de corte, entonces la ordenada de Lorenz es  $L(0.5) = P_m = F(m)$ , y se expresa como  $P^W$ :

$$P^W = 2 \frac{\mu}{m} P(F; \alpha = 1, \beta = 1, z = m) = 2 \frac{\mu}{m} \left[ 2 \left[ \frac{1}{2} - L\left(\frac{1}{2}\right) \right] - G(F) \right] \quad [10]$$

El índice expresado en [8] tomará valores entre (0, 2) mientras que [10] estará acotado entre (0,1) ya que  $W$  normaliza el área de una curva de bipolarización  $P_m = B(q)$  con percentil poblacional  $q$ , como cuatro veces el valor de 0.25 en una distribución perfectamente bimodal (Wolfson, 1994:356).

El hecho de que  $\alpha = \beta = 1$  permitirá al investigador establecer si bien la bipolarización se ha incrementado o reducido, a pesar de la sensibilidad que presente la medida hacia las transferencias ocurridas en cualquier parte de la distribución. En este sentido, ambas medidas de bipolarización

podrán moverse en la misma dirección para cualquier par de ingresos ( $x$  e  $y$ ) si y sólo si ocurriesen transferencias en el mismo lado de la distribución:

$$y \leq \min(\mu, m) \quad \text{o} \quad x \geq \max(\mu, m)$$

por tanto, si  $x < y \leq z$  se observará un incremento, o en su defecto un decremento si  $z \leq x < y$ . En el primer caso, una transferencia de un individuo a otro más pobre incrementará la bipolarización siempre que los individuos implicados se encuentren del mismo lado (de la mediana o de la media), mientras que en la segunda situación se reducirá. El proceso dependerá finalmente sobre los cambios ocurridos sobre la relación ( $\mu/m$ ), cuya razón implicará mayor o menor relevancia para una u otra medida.

## APLICACIÓN EMPÍRICA

### Base de datos, muestra y ajustes

La fuente de información para el análisis empírico son las Encuestas Nacionales de Ingreso y Gasto de los Hogares (ENIGH) del Instituto de Estadística, Geografía e Informática (INEGI), las cuales presentan una metodología homogénea que permite realizar un análisis detallado de los hogares e individuos, a través de las bases (desagregadas) de datos. Las ENIGH de 1984, 1989, 1992, 1994, 1996, 1998 y 2000, son representativas a nivel nacional y perfectamente comparables entre sí.<sup>10</sup> La variable objetivo es el ingreso total disponible de los hogares referido al tercer trimestre de 2000.

Para mejor representatividad de la evolución del nivel general de los precios sobre los ingresos familiares de las encuestas, el ingreso es deflacionado por el índice de precios al consumidor por estratos de ingreso.<sup>11</sup> Se

<sup>10</sup> Véase Aguilar, *op. cit.*, pp.13-19, 59-61, que realiza una descripción completa sobre las bases de datos de las ENIGH.

<sup>11</sup> El proceso se realizó de acuerdo a los siguientes pasos: 1) Se depuran (eliminando registros con ceros) y ordenan en forma ascendente las bases de datos con los regis-

utiliza la escala de equivalencia de la OCDE sobre el ingreso familiar para tomar en consideración el bienestar del hogar. Al respecto, no existe un consenso generalizado en la ejecución de escalas de equivalencia (Duclos y Mercader, 1999: 77) y a pesar de que la escala empleada en este estudio tiene una influencia del hogar estándar europeo, es actualmente la más utilizada en el contexto internacional lo que permite comparabilidad entre los estudios existentes. La escala considera no sólo la relevancia de equivalencia de ingreso entre adultos o entre el total de miembros del hogar, sino que también a los niños, asignando un peso de uno al primer adulto y ponderando cada adulto adicional y niños miembros del hogar por un valor de 0.7 y 0.5 de forma respectiva:<sup>12</sup>

$$y = \frac{y_{ft}}{1 + (A - 1)0.7 + (C)0.5} \quad [11]$$

donde:

$y_{ft}$  = Ingreso familiar total (suma de los ingresos declarados por cada miembro).

$A$  = número de adultos.

$C$  = número de niños con edad < 15 años.

La selección de la edad en los infantes permite comparabilidad con otros estudios.

---

tros individuales de ingreso, 2) se deflacta cada registro por tramos considerando su pertenencia al estrato respectivo en términos del salario mínimo, y 3) se agrupan los registros con base en los folios de identificación y se suman los ingresos respectivos, obteniendo, de esta forma, el ingreso familiar total.

<sup>12</sup> Cowell y Mercader (1997:29) indican que tanto la composición familiar como el tamaño de la familia son importantes en el proceso de equivalización del ingreso. De esta forma, la escala de la OCDE (o conocida como escala de Oxford) impacta el ingreso del hogar en un término intermedio, esto es, por encima del ingreso familiar sin escala, pero por debajo de aquel con escala per cápita, lo que evita una probable sub ó sobreestimación de los índices.

### Polarización vs. desigualdad en México: 1984-2000

Durante el período analizado, la distribución mexicana del ingreso se ha deteriorado de manera creciente, ya que la desigualdad presenta un incremento significativo, como indican los errores estándar asintóticos de los índices seleccionados Gini ( $G$ ), Theil ( $I_1$ ) y la desviación media de los logaritmos ( $I_0$ )<sup>13</sup> del cuadro 1.

El índice  $G$  se puede expresar de la siguiente forma:

$$G = \frac{\sum_i \sum_j |y_i - y_j|}{2N^2 \mu} \quad [12]$$

En tanto aquellos estimados de la familia de índices de entropía, se expresan en el orden siguiente:

$$I_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^K \log \left( \frac{\mu}{y_i} \right) \quad c = 0, \quad [13^a]$$

$$I_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^K \left( \frac{y_i}{\mu} \right) \log \left( \frac{y_i}{\mu} \right) \quad c = 1, \quad [13^b]$$

Así tenemos a la desviación media de los logaritmos en [13<sup>a</sup>] y el índice propuesto por Theil (1967) en [13<sup>b</sup>], donde el parámetro  $c$  expresa el margen de sensibilidad del índice hacia transferencias de ingreso producidas en partes distintas de la distribución, con  $i = 1, \dots, n$  hogares,  $y_i$  el ingreso y  $\mu$  como la media global. La medida es más sensible a las transferencias en la parte alta de la distribución para valores de  $c$  igual o por encima de dos.

Alineado a la significativa importancia del aumento en la desigualdad durante el período, el cuadro 2 muestra que la bipolarización también ha

<sup>13</sup> Véase Cowell (1989) para un entendimiento del cálculo de los errores estándar asintóticos sobre los citados índices.



## CUADRO 1

**Indicadores seleccionados sobre desigualdad del ingreso total disponible equivalente<sup>1</sup> en México, 1984-2000**

| Años           | Gini             | $I_0$            | $I_1$            | $n$    |
|----------------|------------------|------------------|------------------|--------|
| 1984           | 0.481<br>(0.017) | 0.420<br>(0.012) | 0.447<br>(0.021) | 4 515  |
| 1989           | 0.500<br>(0.012) | 0.458<br>(0.025) | 0.557<br>(0.067) | 10 658 |
| 1992           | 0.527<br>(0.011) | 0.512<br>(0.015) | 0.592<br>(0.037) | 9 604  |
| 1994           | 0.554<br>(0.010) | 0.539<br>(0.011) | 0.598<br>(0.022) | 11 945 |
| 1996           | 0.606<br>(0.041) | 0.683<br>(0.008) | 1.516<br>(0.066) | 12 980 |
| 1998           | 0.538<br>(0.008) | 0.536<br>(0.016) | 0.586<br>(0.031) | 10 141 |
| 2000           | 0.542<br>(0.012) | 0.533<br>(0.025) | 0.614<br>(0.049) | 9 585  |
| Cambio/* 84/00 | 6.13<br>(0.020)  | 11.30<br>(0.041) | 16.72<br>(0.068) |        |
| $t$            | 3.06             | 2.94             | 2.45             |        |

Fuente: Estimaciones propias con la base de datos desagregada de las ENIGH, años respectivos.

Errores estándar entre paréntesis. Los índices son estimados considerando los factores de expansión poblacional.

Notas:

<sup>1</sup> Escala de equivalencia de la OCDE.

<sup>2</sup> El cambio se expresa como la diferencia asintótica entre los índices, con una  $t$ -student =  $n - k$  gl = 1.96.

aumentado de forma sostenida. Los errores estándar indican que los índices de bipolarización con los distintos valores del parámetro  $\alpha$  y  $\beta$  son significativos.

Un hallazgo interesante es que la magnitud en el incremento de la bipolarización depende sensiblemente de la valoración en  $\alpha$ , dado que en ciertos casos éste aumento es inferior o superior con respecto de aquél presentado por la desigualdad entre 1984 y 2000. Para  $\beta = 1$ , los índices  $P^{\alpha=1}$  y  $P^{\alpha=1.6}$  aumentan un 19.8% y 33% respectivamente, mientras que la desigualdad medida por  $I_0$  crece alrededor de 27%. De cualquier forma, cuando la distribución se divide en dos grandes grupos se puede observar que el signo de la variación de la polarización en años consecutivos es

## CUADRO 2

**Bipolarización en México, 1984-2000: Índice  $P(F; \beta, \alpha, \rho^*, k = 2)$** 

| Años | $\beta = 0$       |                     |                     | $\beta = 1$       |                     |                     | $\epsilon$ (error) |
|------|-------------------|---------------------|---------------------|-------------------|---------------------|---------------------|--------------------|
|      | $\rho^{\alpha=1}$ | $\rho^{\alpha=1.3}$ | $\rho^{\alpha=1.6}$ | $\rho^{\alpha=1}$ | $\rho^{\alpha=1.3}$ | $\rho^{\alpha=1.6}$ |                    |
| 1984 | 0.346<br>(0.011)  | 0.289<br>(0.015)    | 0.244<br>(0.017)    | 0.212<br>(0.003)  | 0.155<br>(0.006)    | 0.109<br>(0.005)    | 0.135              |
| 1989 | 0.361<br>(0.011)  | 0.303<br>(0.007)    | 0.258<br>(0.007)    | 0.222<br>(0.005)  | 0.164<br>(0.006)    | 0.119<br>(0.003)    | 0.139              |
| 1992 | 0.385<br>(0.007)  | 0.325<br>(0.008)    | 0.279<br>(0.008)    | 0.243<br>(0.007)  | 0.183<br>(0.007)    | 0.137<br>(0.007)    | 0.142              |
| 1994 | 0.401<br>(0.009)  | 0.340<br>(0.007)    | 0.293<br>(0.006)    | 0.258<br>(0.006)  | 0.197<br>(0.003)    | 0.150<br>(0.005)    | 0.143              |
| 1996 | 0.449<br>(0.017)  | 0.388<br>(0.013)    | 0.343<br>(0.016)    | 0.292<br>(0.012)  | 0.231<br>(0.013)    | 0.185<br>(0.017)    | 0.147              |
| 1998 | 0.395<br>(0.006)  | 0.334<br>(0.005)    | 0.286<br>(0.005)    | 0.251<br>(0.005)  | 0.190<br>(0.004)    | 0.143<br>(0.004)    | 0.144              |
| 2000 | 0.398<br>(0.007)  | 0.337<br>(0.011)    | 0.289<br>(0.009)    | 0.254<br>(0.008)  | 0.193<br>(0.006)    | 0.145<br>(0.010)    | 0.144              |

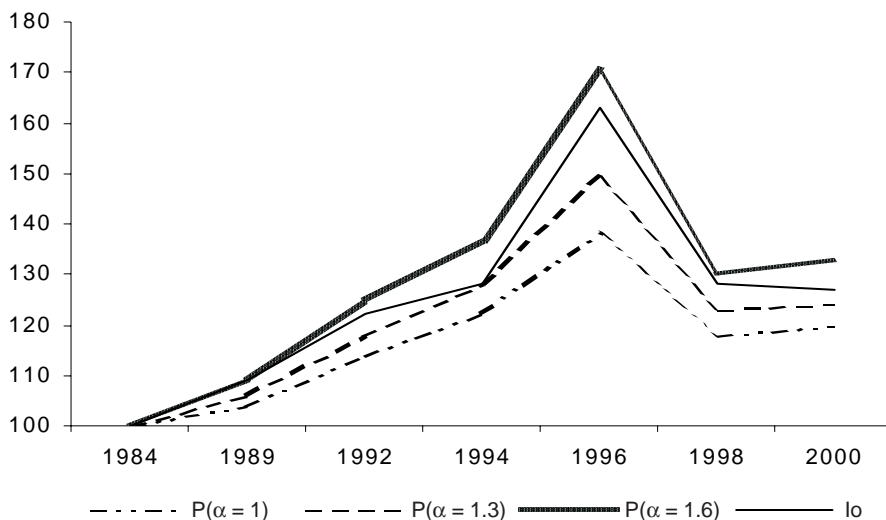
Fuente: Estimaciones propias con la base de datos desagregada de las ENIGH, años respectivos. Errores estándar entre paréntesis.

robusto tanto en ER ( $\beta = 0$ ) como en EGR ( $\beta = 1$ ) y para cualquier nivel de sensibilidad de  $\alpha$ .

La gráfica 1 rescata la evolución del índice  $I_0$  y de la medida de la bipolarización cuando  $\beta = 1$  con los distintos parámetros de aversión  $\alpha$ . Se observa claramente que a partir de 1984 ambas medidas han ido a la par, esto es, crecientes hasta 1996 para luego reducir su tendencia en 1998 con un leve incremento hacia el año 2000. Entre 1984 y 1989, tanto el incremento de la polarización con mayor peso ( $\alpha = 1.6$ ) como de la desigualdad van de la mano, resultado congruente con los encontrados por Székely (1994) bajo el sustento de que la política económica de ajuste favoreció en mayor medida a los grupos de ingreso elevado.<sup>14</sup>

<sup>14</sup> Székely (1994) con una metodología distinta a la aquí empleada, muestra que la clase alta aumentó considerablemente su participación en el ingreso, de 31.9% en 1984 a 43.2% en 1989; lo interesante de la comparación es la tendencia creciente en la participación del ingreso de la clase alta, más no los valores relativos de su estimación.

**GRÁFICA 1**  
***Polarización y desigualdad en México, 1984-2000***  
 (Índice 1984 = 100,  $k = 2$ ,  $\beta = 1$ )



Fuente: Elaboración propia con base en cuadros 1 y 2.

Los cambios en la polarización con  $\alpha = 1.6$  son superiores sobre los de la desigualdad a partir de 1989. Esta última reduce su incremento hasta igualarse con el de la polarización y  $\alpha = 1.3$  en 1994, año que se presenta como el de menor nivel inflacionario (7%) durante el período analizado. Entre 1989 y 1996 la polarización con  $\alpha = 1.6$  es superior que la desigualdad, lo que es indicativo de un mayor peso en la formación de grupos distantes que la misma concentración del ingreso en la sociedad.

Así, se observa claramente el duro golpe que la clase media recibió en el año posterior a la crisis de 1995, alineado a un patrón de creciente desigualdad con mayor énfasis en la cola baja de la distribución según lo indica la tendencia del índice  $I_0$ . Como resultado, el año de 1996 muestra el repunte más alto tanto en la desigualdad como en la polarización de nuestro país. A partir de este año se observa una reducción en la variación

de ambos índices, no obstante, ésta se mantiene por encima del año base en 1984, e incluso, parece revertirse en el 2000 con un ligero repunte.

En el cuadro 3 se puede observar que la población por debajo del ingreso medio es creciente en la mayor parte del período y, precisamente el año de 1996 se presenta como el de mayor bipolarización, lo que se explica por un fenómeno de crecimiento máximo en la media del grupo rico que representó hasta 5.9 veces la participación del ingreso medio de los pobres, separando a los grupos con 77 y 22% de forma respectiva.<sup>15</sup>

*La partición en tres grupos:  
análisis conjunto de la sociedad mexicana*

Para una mejor comprensión del análisis de la polarización en la distribución del ingreso, y de la clase media en México, se asume la existencia de tres grupos en la población y se extiende el análisis a una partición óptima de la distribución que refleje a la sociedad en su conjunto; esto es, la clase pobre, la media y la rica ( $p_1, p_2$  y  $p_3$ ).<sup>16</sup> Los resultados de la mencionada partición se obtienen con  $k = 3$  y los índices se estiman de la misma manera que el apartado anterior.

Los índices de polarización del cuadro 4 muestran que al permitir una mayor cantidad de grupos en la distribución el cambio de un año a otro es menor que con respecto a aquél en la expresión bimodal. Durante el período, para  $\beta = 1$  los índices  $P^{\alpha=1}$  y  $P^{\alpha=1.6}$  aumentaron un 13.4 y 15.3% de forma respectiva. La falta de identificación es más reducida, ya que la parte explicada del Gini en la descomposición es más alta (hasta 88%) que con respecto aquella cuando  $k = 2$  (cuadro 5), lo que implica que si

---

<sup>15</sup> La existencia de una fusión de grupos que ciertamente conllevan un peso indistinto es verazmente captada por la medida de la polarización. Esteban (1994:64) muestra que si dividimos inicialmente la distribución en tres grupos, para valores de  $\alpha$  cercanos a 1.6, una fusión de los dos primeros a costa del tercero generará un aumento de la polarización, a pesar de que el grupo rico tenga un peso reducido.

<sup>16</sup> Esta interpretación se basa solamente sobre la posición que cada grupo tiene en la distribución con respecto de su ingreso; sin embargo, los conceptos de clases sociales son extremadamente polémicos y no existe definición única al respecto.

**CUADRO 3**

**Representación óptima ( $F; \rho^*$ ,  $k = 2$ ) en la distribución del ingreso total disponible equivalente en México, 1984-2000**  
(Ingreso normalizado por la media global)

| Años | Hogares  |          | Medias        |               | Razón           | Corte |
|------|----------|----------|---------------|---------------|-----------------|-------|
|      | $\rho_1$ | $\rho_2$ | $\mu_1 / \mu$ | $\mu_2 / \mu$ | $\mu_2 / \mu_1$ | $z$   |
| 1984 | 0.684    | 0.316    | 0.49          | 2.09          | 4.26            | 1     |
| 1989 | 0.708    | 0.292    | 0.49          | 2.23          | 4.55            | 1     |
| 1992 | 0.726    | 0.274    | 0.47          | 2.40          | 5.10            | 1     |
| 1994 | 0.733    | 0.267    | 0.45          | 2.50          | 5.50            | 1     |
| 1996 | 0.776    | 0.224    | 0.43          | 2.55          | 5.93            | 1     |
| 1998 | 0.724    | 0.276    | 0.45          | 2.43          | 5.40            | 1     |
| 2000 | 0.730    | 0.270    | 0.45          | 2.47          | 5.48            | 1     |

Fuente: Estimaciones propias con la base de datos desagregada de las ENIGH, años respectivos.

**CUADRO 4**

**Polarización en México, 1984-2000: Índice  $P(F; \beta, \alpha, \rho^*$ ,  $k = 3$ )**

| Años | $\beta = 0$       |                     |                     | $\beta = 1$       |                     |                     | $\epsilon$ (error) |
|------|-------------------|---------------------|---------------------|-------------------|---------------------|---------------------|--------------------|
|      | $\rho^{\alpha=1}$ | $\rho^{\alpha=1.3}$ | $\rho^{\alpha=1.6}$ | $\rho^{\alpha=1}$ | $\rho^{\alpha=1.3}$ | $\rho^{\alpha=1.6}$ |                    |
| 1984 | 0.276<br>(0.012)  | 0.205<br>(0.011)    | 0.154<br>(0.011)    | 0.215<br>(0.010)  | 0.144<br>(0.005)    | 0.093<br>(0.005)    | 0.061              |
| 1989 | 0.286<br>(0.004)  | 0.213<br>(0.007)    | 0.161<br>(0.005)    | 0.222<br>(0.004)  | 0.149<br>(0.004)    | 0.097<br>(0.005)    | 0.064              |
| 1992 | 0.303<br>(0.005)  | 0.228<br>(0.004)    | 0.175<br>(0.004)    | 0.238<br>(0.009)  | 0.163<br>(0.004)    | 0.109<br>(0.004)    | 0.066              |
| 1994 | 0.315<br>(0.004)  | 0.237<br>(0.004)    | 0.182<br>(0.003)    | 0.249<br>(0.003)  | 0.172<br>(0.004)    | 0.116<br>(0.003)    | 0.065              |
| 1996 | 0.352<br>(0.017)  | 0.274<br>(0.018)    | 0.217<br>(0.014)    | 0.281<br>(0.017)  | 0.203<br>(0.012)    | 0.146<br>(0.019)    | 0.067              |
| 1998 | 0.312<br>(0.005)  | 0.236<br>(0.002)    | 0.181<br>(0.003)    | 0.246<br>(0.005)  | 0.17<br>(0.005)     | 0.115<br>(0.003)    | 0.066              |
| 2000 | 0.313<br>(0.004)  | 0.235<br>(0.007)    | 0.180<br>(0.004)    | 0.248<br>(0.006)  | 0.171<br>(0.006)    | 0.116<br>(0.005)    | 0.064              |

Fuente: Estimaciones propias con la base de datos desagregada de las ENIGH, años respectivos.  
Errores estándar entre paréntesis.

## CUADRO 5

**Descomposición del coeficiente de Gini en la partición óptima de la distribución de ingreso total disponible equivalente en México, 1984-2000: Dispersión intra-grupo**

| Años     | 2 grupos |             |            |         |          |
|----------|----------|-------------|------------|---------|----------|
|          | Gini     | $G_{\beta}$ | $\epsilon$ | Entre % | Dentro % |
| 1984     | 0.481    | 0.346       | 0.135      | 71.9    | 28.1     |
| 1989     | 0.500    | 0.361       | 0.139      | 72.2    | 27.8     |
| 1992     | 0.527    | 0.385       | 0.142      | 73.1    | 26.9     |
| 1994     | 0.544    | 0.401       | 0.143      | 73.8    | 26.2     |
| 1996     | 0.606    | 0.449       | 0.157      | 74.1    | 25.9     |
| 1998     | 0.538    | 0.394       | 0.144      | 73.2    | 26.8     |
| 2000     | 0.542    | 0.398       | 0.144      | 73.4    | 26.6     |
| 3 grupos |          |             |            |         |          |
| 1984     | 0.481    | 0.420       | 0.061      | 87.3    | 12.7     |
| 1989     | 0.500    | 0.436       | 0.064      | 87.3    | 12.7     |
| 1992     | 0.527    | 0.462       | 0.066      | 87.5    | 12.5     |
| 1994     | 0.544    | 0.479       | 0.065      | 88.0    | 12.0     |
| 1996     | 0.606    | 0.535       | 0.071      | 88.2    | 11.8     |
| 1998     | 0.538    | 0.472       | 0.066      | 87.8    | 12.2     |
| 2000     | 0.542    | 0.478       | 0.064      | 88.1    | 11.9     |

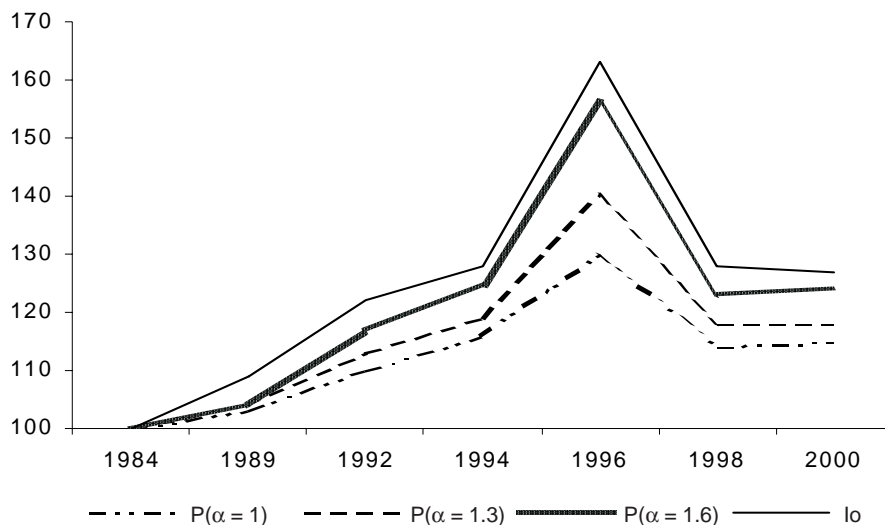
Fuente: Estimaciones propias con las bases de datos de las ENIGH, años respectivos.

bien los grupos están más identificados internamente, la polarización entre éstos es mayor con dos grupos que con tres debido a su mayor peso poblacional en los extremos.

Si bien, el comportamiento de la polarización en tres grupos es similar al estimado para la bipolarización, su cambio durante el período, registrado en la gráfica 2, es menos pronunciado y por debajo de aquél para la desigualdad. De esta manera, para cualquier valor de  $\beta$  los cambios en la desigualdad son superiores que los de la polarización, lo que es indicativo de una sociedad que si bien se ha polarizado en el tiempo, denota un patrón de creciente concentración del ingreso.

El cuadro 6 muestra la representación óptima de las clases económicas de los grupos. Los valores relativos de  $p_2$  reflejan el deterioro al que ha sido sometida la clase media en el período. Con respecto de 1984, se

**GRÁFICA 2**  
**Polarización y desigualdad en México, 1984-2000**  
 (Índice 1984 = 100,  $k = 3$ ,  $\beta = 1$ )



Fuente: Elaboración propia con base en cuadros 1 y 4.

**CUADRO 6**  
**Representación óptima ( $F$ ;  $\rho^*$ ,  $k = 3$ ) en la distribución del ingreso total disponible equivalente en México, 1984-2000**  
 (Ingreso normalizado por la media global)

| Años | Hogares  |          |          | Medias      |             |             | Cortes |       |
|------|----------|----------|----------|-------------|-------------|-------------|--------|-------|
|      | $\rho_1$ | $\rho_2$ | $\rho_3$ | $\mu_1/\mu$ | $\mu_2/\mu$ | $\mu_3/\mu$ | $z_1$  | $z_2$ |
| 1984 | 0.458    | 0.398    | 0.144    | 0.36        | 0.99        | 3.01        | 0.64   | 1.58  |
| 1989 | 0.482    | 0.378    | 0.14     | 0.35        | 0.97        | 3.30        | 0.62   | 1.61  |
| 1992 | 0.562    | 0.335    | 0.103    | 0.34        | 0.98        | 3.65        | 0.60   | 1.69  |
| 1994 | 0.579    | 0.320    | 0.101    | 0.32        | 0.97        | 3.78        | 0.58   | 1.72  |
| 1996 | 0.607    | 0.293    | 0.100    | 0.31        | 0.97        | 5.94        | 0.56   | 1.91  |
| 1998 | 0.546    | 0.337    | 0.117    | 0.33        | 0.99        | 3.69        | 0.60   | 1.72  |
| 2000 | 0.555    | 0.342    | 0.102    | 0.32        | 0.96        | 3.79        | 0.59   | 1.70  |

Fuente: Estimaciones propias con la base de datos desagregada de las ENIGH años respectivos.

observa una reducción de la clase media en 5.6 puntos porcentuales al 2000, y un aumento en el de los hogares pobres en 9.7 puntos. El grupo rico reduce su peso en 4.2 puntos, lo que infiere un desplazamiento de la mayor parte de los hogares hacia la cola baja, dejando a la clase media con 34.2% de los hogares, nivel aún por debajo de su participación alcanzada en el año de 1989 y similar al de 1992 de 33.5 por ciento.

El máximo deterioro se produce en el año de 1996 con una participación aproximada de la clase media de tan solo 29%, reflejo de que los efectos de la crisis de 1995 y los ajustes implementados en su combate desplazaron primordialmente a los hogares de este grupo hacia el pobre, ensanchando  $p_1$  en 3 puntos adicionales de 1994 a 1996 hasta representar un 60.7%. El aumento en el año de 1996 de la participación del ingreso promedio del grupo rico sobre el promedio global ( $\mu_3/\mu$ ) hasta en 5.9 veces, no es un resultado sorprendente, ya que se debe a la significativa reducción del ingreso promedio de ese mismo año,<sup>17</sup> lo que generó el incremento más alto de la polarización sobre la distribución.

### **Bipolarización en México**

En este apartado se introduce el cómputo y el análisis de los índices de bipolarización y se realiza la inferencia respectiva tanto en  $P$  como en  $P^W$ . El cuadro 7 muestra los índices de la bipolarización con su término de error y se detecta una pauta importante y diferente de la obtenida anteriormente. Relacionando la tendencia en los índices, se detecta que la dinámica de la formación de dos polos es más relevante para la medida extendida  $P$  con  $\alpha = \beta = 1$  debido a que la falta de identificación es menor en éste con respecto de aquella producida por la medida  $P^W$ , lo que significa que los grupos se muestran más cohesionados y diferenciados internamente entre sí en EGR.

Gráficamente, ambas medidas se incrementan entre 1984 y 2000. Los cambios muestran que la medida  $P^W$  crece más rápido al inicio del período, sin embargo, entre 1992 y 1996 ésta se mantiene por debajo

---

<sup>17</sup> Entre 1994 y 1996, el ingreso promedio real equivalente trimestral disminuyó 28.2%, al pasar de 9 943 a 7 142 pesos.



**CUADRO 7**

***Bipolarización en México, 1984-2000:***

**Índices  $P(z = \mu)$ , y  $P^W(z = m)$ ; ( $F$ ;  $\alpha = \beta = 1$ ,  $\rho^*$ ,  $k = 2$ )**

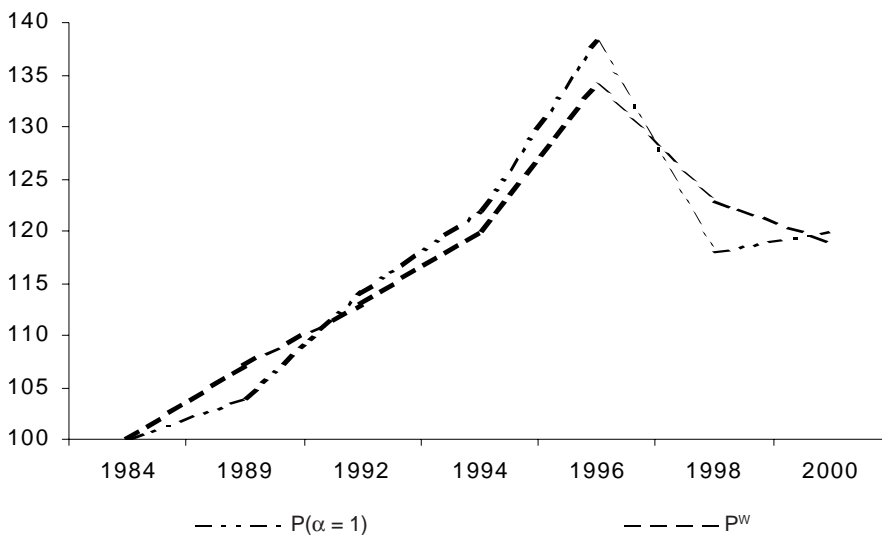
| <i>Años</i> | $P$   | $\epsilon$ | $P^W$ | $\epsilon_w$ |
|-------------|-------|------------|-------|--------------|
| 1984        | 0.212 | 0.135      | 0.401 | 0.156        |
| 1989        | 0.222 | 0.139      | 0.43  | 0.181        |
| 1992        | 0.243 | 0.142      | 0.453 | 0.188        |
| 1994        | 0.258 | 0.143      | 0.483 | 0.199        |
| 1996        | 0.292 | 0.147      | 0.539 | 0.193        |
| 1998        | 0.251 | 0.144      | 0.495 | 0.196        |
| 2000        | 0.254 | 0.144      | 0.479 | 0.192        |

Fuente: Estimaciones propias con la base de datos desagregada de las ENIGH, años respectivos.

**GRÁFICA 3**

***Bipolarización en México, 1984-2000***

(Índice 1984 = 100,  $k = 2$ ,  $\beta = 1$ )

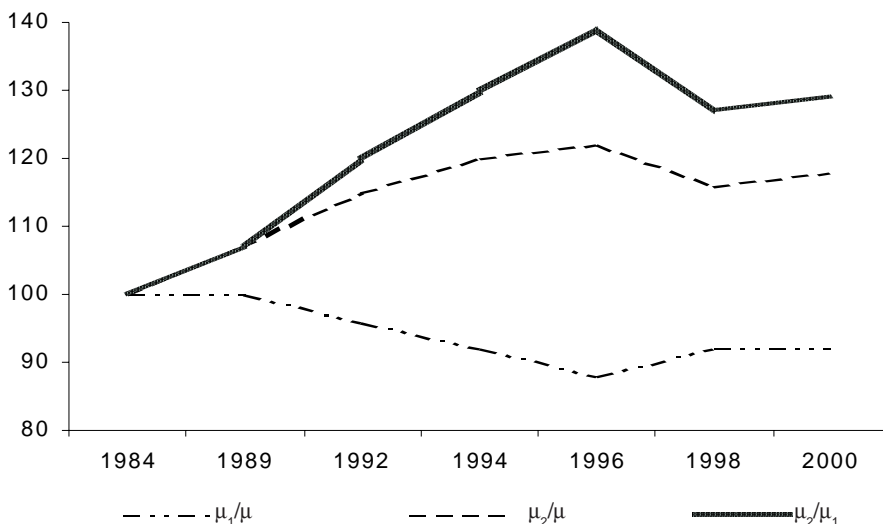


Fuente: Elaboración propia con base en cuadro 7.

de la tendencia del índice  $P^{\alpha=1}$ . En el año de 1996 logran su máximo repunte y convergen entre 1996 y 1998, donde se cruzan y se hace más notoria la bipolarización en  $w$  debido a que la recuperación del ingreso mediano se presenta más lenta que aquella producida en el ingreso promedio de la distribución. En el 2000, la bipolarización decrece con  $P^w$  mientras que repunta con  $P^{\alpha=1}$ , debido a la mayor identificación interna de los dos grupos en EGR.

La gráfica 4 muestra la evolución de los ingresos medios de cada grupo y su respectiva proporción sobre la media y expresa que el aumento de la bipolarización se debe esencialmente a la creciente distancia entre los mismos grupos. Así, de 1984 a 1989 la media del grupo 2 (por encima de la media global) se separa de aquella del grupo 1 no obstante que ésta última se mantuvo constante. A partir de 1989, la media del grupo 1 sufre una caída y ésta se prolonga hasta 1996, seguramente como resultado de

GRÁFICA 4  
*Incremento entre grupos por encima y por debajo  
del ingreso medio en México, 1984-2000*



Fuente: Elaboración propia con base en cuadro 3.

los continuos ajustes económicos y los efectos de la crisis de 1995. Después se recupera pero por debajo del nivel inicial de 1984. Por su parte, la media del grupo 2 se incrementó sustancialmente, y presenta una disminución a partir de 1996.

La bipolarización en EGR decreció en 1998 debido al margen de convergencia entre ambos grupos y, por el contrario, en el año 2000 se observa un repunte en los promedios de ingreso entre los grupos, generando divergencia de nueva cuenta. Otros factores como el desempleo, también pueden ayudar a comprender el fenómeno,<sup>18</sup> sin embargo, en nuestro país la elevada economía informal no permite que el registro del desempleo general sea elevado.<sup>19</sup>

### *Inferencia sobre los cambios de la bipolarización*

No obstante la comparabilidad entre las encuestas y las bases de datos, coexiste un problema en cuanto no consideran a los mismos hogares en el tiempo, lo que pudiera llevarnos a inferir conclusiones erróneas debido a los cambios de muestreo. Por tanto, se efectúa la técnica no paramétrica de *bootstraps*, que permite realizar inferencia para cualquier índice presuponiendo la muestra como un estimador consistente de la población, a través de un proceso aleatorio simple (bayesiano) que reproduce la distribución de los estadísticos con reemplazo sobre la muestra, repitiéndola un número elevado de veces (hasta 300 en nuestro caso). Las estadísticas son calculadas en cada replicación, generando al final, el índice replicado con un intervalo de confianza.

Los intervalos de confianza se generan 95% con la técnica *bootstrap* ajustada por percentil.<sup>20</sup> De esta manera, se prueba la hipótesis de un

---

<sup>18</sup> Véase Paraje (2001:27) donde se indica como las tasas de desempleo elevadas y persistentes han sido uno de los motivos principales del incremento en la polarización del Gran Buenos Aires en Argentina.

<sup>19</sup> Es sumamente increíble que en 1995, año pleno de crisis, la tasa de desempleo abierto haya logrado un nivel máximo de tan sólo 6.3% (Hernández, 2000: 133).

<sup>20</sup> Véase Efron y Tibshirani (1993) y la sección 5.3.4 de Grenne (2000) para más detalles acerca de la técnica.

aumento significativo de la bipolarización cuando el corte de ingreso es endógeno (la media) donde la distribución *bootstrap* es  $d = s_1 - s_2 = 0$ , contra aquella hipótesis alternativa  $d > 0$ , donde  $s_1$  y  $s_2$  son los límites superior e inferior de los intervalos de confianza para los años que se quiere comparar respectivamente.

De forma gráfica se prueba el caso de deterioro de la bipolarización en  $w$  cuando el corte es la mediana, al estimar las curvas respectivas al nivel de percentil, donde ahora el estadístico es un vector  $s_i = [B(q_1), \dots, B(q_{20})]$ ,  $i = (1, 2)$  y se contrasta la hipótesis alternativa de que  $d = s_1 - s_2 > 0$ . Así se establece que  $F$  tiene mayor bipolarización que  $J$  cuando  $B_F(q)$  es mayor o igual que  $B_J(q)$ . La medida  $P^W$  se puede expresar en términos del área que queda por debajo de la curva  $B(q)$ , que a su vez, es una transformación escalar del área entre la curva de Lorenz y la recta tangente hacia la misma en la mediana.

El cuadro 9 se construye de acuerdo al cuadro 8, donde el encabezado muestra el año que se quiere comparar. Para establecer un aumento significativo de la bipolarización, el límite superior del año a comparar debe ser más alto que el límite inferior del año de referencia, de otra manera no se podrá concluir nada al respecto, tan solo que la hipótesis de

## CUADRO 8

### *Deterioro de la bipolarización en México, 1984-2000*

(Estimación Bootstrap\* e intervalos de confianza, 95%)

Casos [ $z = \mu$ ;  $z = m$ ;  $k = 2$ ;  $\alpha = \beta = 1$ ]

| Años | $P$   | Límite inferior | Límite superior | $P^W$ | Límite inferior | Límite superior |
|------|-------|-----------------|-----------------|-------|-----------------|-----------------|
| 1984 | 0.212 | [0.198          | 0.226]          | 0.401 | [0.389          | 0.413]          |
| 1989 | 0.222 | [0.212          | 0.232]          | 0.430 | [0.420          | 0.440]          |
| 1992 | 0.243 | [0.230          | 0.256]          | 0.453 | [0.441          | 0.465]          |
| 1994 | 0.258 | [0.247          | 0.269]          | 0.483 | [0.471          | 0.495]          |
| 1996 | 0.292 | [0.276          | 0.308]          | 0.539 | [0.526          | 0.552]          |
| 1998 | 0.251 | [0.241          | 0.262]          | 0.495 | [0.484          | 0.506]          |
| 2000 | 0.254 | [0.239          | 0.269]          | 0.479 | [0.465          | 0.493]          |

Fuente: Estimaciones propias con la base de datos desagregada de las ENIGH.

\* Número de replicaciones = 300.

igualdad entre los índices no puede ser rechazada debido a que los intervalos de confianza de los índices de polarización se solapan.

De esta manera resaltan a la vista tres situaciones en el análisis: cuando el corte es el óptimo ( $z = \mu$ ), el cuadro 9 muestra claramente que la bipolarización creció durante todo el período, siendo más bajo el índice de 1984 con respecto a los demás —excepto contra 1989—; en segundo punto, el año de 1992 no indica cambios significativos hacia el 2000, tan solo confirma a 1996 como año de máximo nivel; y finalmente, que a partir de 1996 podemos concluir que la polarización se ha reducido, no obstante, con niveles aún superiores a 1984.

### CUADRO 9

#### *Cambios en los índices de bipolarización en México, 1984-2000:*

$P(F; \alpha = \beta = 1, \rho^*, k = 2); (z = \mu)$

| Años | 1984  | 1989  | 1992  | 1994  | 1996 | 1998 | 2000 |
|------|-------|-------|-------|-------|------|------|------|
| 1984 | -     |       |       |       |      |      |      |
| 1989 | NS    | -     |       |       |      |      |      |
| 1992 | Menor | NS    | -     |       |      |      |      |
| 1994 | Menor | Menor | NS    | -     |      |      |      |
| 1996 | Menor | Menor | Menor | Menor | -    |      |      |
| 1998 | Menor | Menor | NS    | S     | S    | -    |      |
| 2000 | Menor | Menor | NS    | S     | S    | NS   | -    |

Fuente: Elaboración propia con base a cuadro 8.

ns: Diferencia no significativa.

s: El índice en el año del encabezado es mayor que el correspondiente año del renglón.

A continuación se muestran las curvas de bipolarización. Estas se construyen acumulando las diferencias relativas respecto de la mediana desde el centro hacia los extremos, y se expresa de la siguiente forma:

$$B(q) = \int_q^{1/2} \frac{|y - m|}{m} dF, \quad q \in [0,1] \quad [14]$$

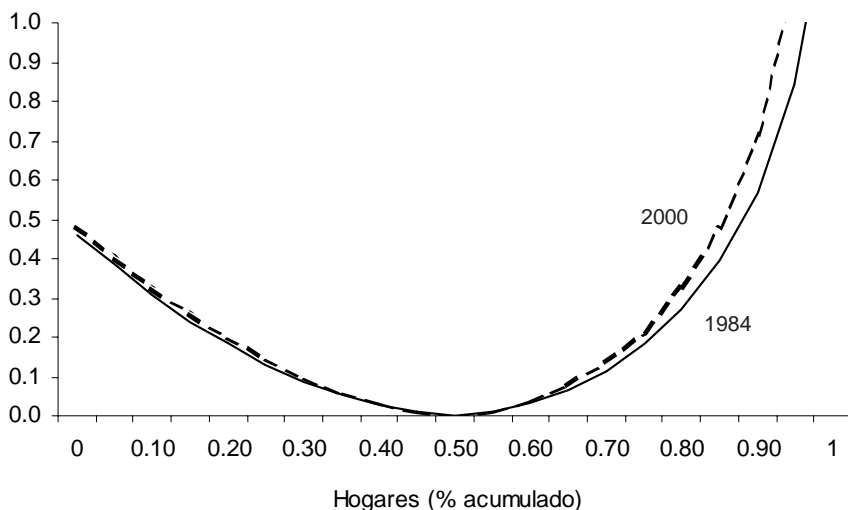
La curva  $B(q)$  desempeña de esta manera, el mismo papel que la curva de Lorenz para la desigualdad en cuanto a dominancia se refiere (Wolfson, 1997, p. 406). La gráfica 5 muestra el aumento de la bipolarización durante el período para cualquier percentil de población —hogares— dado que las curvas no se cruzan. Se observa una menor distancia del ingreso de los hogares en 1984 y el deterioro respectivo de la clase media en el 2000.

### EVIDENCIA EMPÍRICA Y CONTRASTES

En el contexto internacional, la sociedad mexicana se ubica como altamente polarizada y, curiosamente, siguiendo el mismo patrón estadounidense, donde desigualdad y polarización han ido de la mano. La gráfica 6

**GRÁFICA 5**  
***Curva de bipolarización  $B(q)$  del ingreso total disponible equivalente en México, 1984-2000***

Estimación percentil



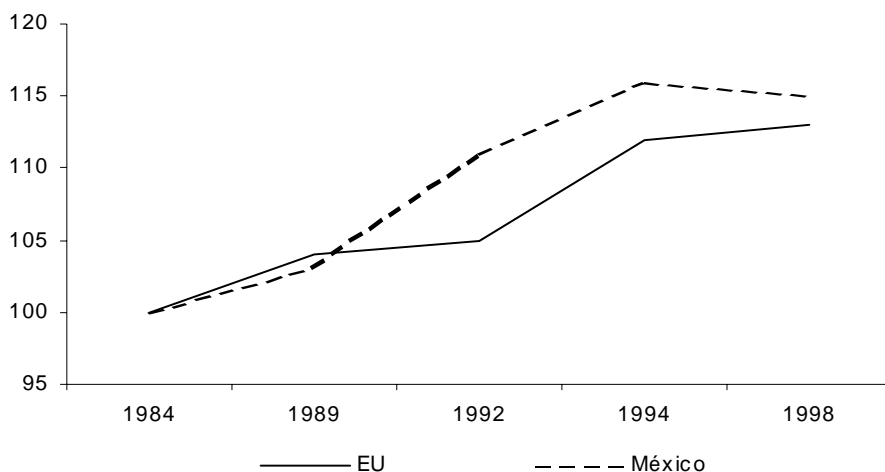
Fuente: Elaboración propia con la base de datos desagregada de las ENIGH, años respectivos.

muestra la evolución de la polarización en México y Estados Unidos, en la representación óptima de  $\alpha = \beta = 1$  con tres grupos durante las últimas dos décadas. Se observa que el fenómeno ha sido creciente en ambos países, incidiendo con mayor fuerza en los ochenta en el vecino país del norte. A partir de 1989 la polarización se acentuó para México, ubicándose por encima de la estadounidense durante el resto del período.

El análisis que presenta Esteban *et al.* (1999) y Gradín (1999) permite realizar una comparación internacional de la medida de la polarización, al estimar los índices para una amplia serie de países.<sup>21</sup> La serie de años no

GRÁFICA 6  
*Evolución de la polarización en México  
y los Estados Unidos, 1984-1998*

(Índice 1984 = 100,  $k = 3$ ,  $\alpha = \beta = 1$ )



Fuente: Elaboración propia con base en Cuadro 4 y datos colectados en Esteban *et al.* (1999: 21) y Gradín (1999: 46).

<sup>21</sup> Emplean las bases de datos del *Luxembourg Income Study* (LIS) y del *Panel Study of Income Dynamics* (PSID) de la Universidad de Michigan. Ambas bases presentan el ingreso total disponible de los hogares, cuyo valor es ajustado por los autores con la misma escala de equivalencia empleada en este estudio.

es completamente homogénea entre los países considerados, sin embargo, es posible realizar un análisis de las tendencias globales durante un período razonable. El cuadro 10 muestra el índice de la polarización para dos y tres grupos durante 1984 y 1997. En general se confirma una tendencia hacia un proceso de creciente polarización en varios países durante las últimas dos décadas. Por niveles destacan Rusia, los Estados Unidos, Inglaterra, Uruguay, Australia, Hungría y Suecia; mientras que Alemania, Francia, España, Canadá y los países nórdicos muestran cambios decrecientes. Uruguay muestra una polarización creciente, sin embargo, ésta se ubica con niveles por debajo de la sufrida por México.

Los países que han experimentado mayor polarización localizan una proporción más alta de su población en los grupos de ingreso bajo y en menor medida, en aquellos de ingreso elevado cuando los grupos se determinan endógenamente (Gradín, 1999: 64), lo que es indicativo de que un trasvase del grupo medio hacia el pobre incrementará la polarización, a pesar de que el grupo rico no sea tan relevante. La polarización se caracteriza entonces por una distancia creciente tanto de los ingresos extremos como entre los grupos que, a su vez, muestran una mayor identificación interna.

Las particiones óptimas de los hogares en el grupo medio reportadas por Gradín (1999) indican que el declive más notorio se produce en Hungría, al pasar de 40.4% en 1991 a 35.9% en 1995, mientras que el mayor aumento se encuentra en Noruega de 37.3% en 1979 a 42.8% en 1991. En 1997, Uruguay ubica su nivel relativo de hogares dentro de éste grupo en 37%, y por su parte, el análisis de Paraje (1999) muestra para Argentina un nivel de participación del 36% de hogares en 1999.

En México, la clase media bajo la representación óptima agrupa 34.2% de hogares en el 2000. De esta manera, se ubica como el más polarizado, no solamente por el nivel absoluto de sus índices, sino por el tamaño de sus grupos y el gran distanciamiento entre los ingresos de los mismos.

## CONCLUSIONES

La polarización entendida como la formación de grupos en una sociedad hace referencia principalmente a dos situaciones consistentes: 1) De con-



**CUADRO 10**

**Índices de polarización en una selección de países, ( $b = 1$ )**

| País       | Año  | 2 grupos     |       |                |       | 3 grupos     |       |                |       |
|------------|------|--------------|-------|----------------|-------|--------------|-------|----------------|-------|
|            |      | $\alpha = 1$ |       | $\alpha = 1.6$ |       | $\alpha = 1$ |       | $\alpha = 1.6$ |       |
|            |      | ER           | P     | ER             | P     | ER           | P     | ER             | P     |
| Alemania   | 1984 | 0.186        | 0.107 | 0.125          | 0.046 | 0.149        | 0.112 | 0.079          | 0.042 |
|            | 1989 | 0.184        | 0.102 | 0.123          | 0.042 | 0.149        | 0.111 | 0.079          | 0.041 |
|            | 1994 | 0.193        | 0.108 | 0.130          | 0.045 | 0.156        | 0.116 | 0.083          | 0.043 |
| Canadá     | 1987 | 0.218        | 0.130 | 0.146          | 0.058 | 0.174        | 0.132 | 0.092          | 0.050 |
|            | 1991 | 0.212        | 0.125 | 0.142          | 0.055 | 0.169        | 0.128 | 0.089          | 0.047 |
|            | 1994 | 0.214        | 0.128 | 0.144          | 0.058 | 0.170        | 0.128 | 0.089          | 0.048 |
| EE.UU.     | 1986 | 0.254        | 0.151 | 0.169          | 0.067 | 0.203        | 0.155 | 0.107          | 0.059 |
|            | 1991 | 0.256        | 0.152 | 0.172          | 0.068 | 0.205        | 0.157 | 0.108          | 0.060 |
|            | 1994 | 0.273        | 0.162 | 0.184          | 0.073 | 0.219        | 0.167 | 0.116          | 0.065 |
|            | 1997 | 0.275        | 0.161 | 0.188          | 0.073 | 0.222        | 0.168 | 0.121          | 0.067 |
| España     | 1980 | 0.218        | 0.122 | 0.149          | 0.053 | 0.185        | 0.141 | 0.101          | 0.057 |
|            | 1990 | 0.204        | 0.114 | 0.140          | 0.050 | 0.172        | 0.131 | 0.094          | 0.052 |
| Inglaterra | 1986 | 0.217        | 0.127 | 0.147          | 0.057 | 0.174        | 0.129 | 0.093          | 0.048 |
|            | 1991 | 0.251        | 0.153 | 0.171          | 0.072 | 0.201        | 0.154 | 0.108          | 0.062 |
|            | 1995 | 0.247        | 0.147 | 0.168          | 0.068 | 0.198        | 0.150 | 0.107          | 0.059 |
| Suecia     | 1987 | 0.163        | 0.090 | 0.108          | 0.035 | 0.131        | 0.095 | 0.068          | 0.032 |
|            | 1992 | 0.170        | 0.093 | 0.111          | 0.036 | 0.135        | 0.098 | 0.070          | 0.034 |
| Australia* | 1985 | 0.182        | 0.098 | -              | -     | 0.136        | 0.096 | -              | -     |
|            | 1989 | 0.189        | 0.099 | -              | -     | 0.142        | 0.098 | -              | -     |
| Dinamarca* | 1987 | 0.153        | 0.066 | -              | -     | 0.117        | 0.076 | -              | -     |
|            | 1991 | 0.139        | 0.061 | -              | -     | 0.104        | 0.066 | -              | -     |
| Francia*   | 1984 | 0.184        | 0.083 | -              | -     | 0.142        | 0.093 | -              | -     |
|            | 1989 | 0.173        | 0.077 | -              | -     | 0.132        | 0.087 | -              | -     |
| Hungria*   | 1991 | 0.157        | 0.068 | -              | -     | 0.118        | 0.075 | -              | -     |
|            | 1995 | 0.167        | 0.074 | -              | -     | 0.126        | 0.082 | -              | -     |
| Noruega*   | 1986 | 0.138        | 0.066 | -              | -     | 0.102        | 0.069 | -              | -     |
|            | 1991 | 0.136        | 0.062 | -              | -     | 0.101        | 0.066 | -              | -     |
| Rusia*     | 1992 | 0.243        | 0.109 | -              | -     | 0.198        | 0.136 | -              | -     |
|            | 1995 | 0.252        | 0.117 | -              | -     | 0.206        | 0.143 | -              | -     |
| Uruguay    | 1989 | 0.218        | 0.105 | -              | -     | 0.170        | 0.118 | -              | -     |
|            | 1997 | 0.227        | 0.111 | -              | -     | 0.178        | 0.125 | -              | -     |

Fuente: Elaborado con base a: Esteban *et al.* (1999) cuadro 1 y 2; Gradín (1999) cuadro 5; y Gradín y Rossi (2001).

\* La polarización en éstos países ha sido estimada con  $\alpha = 1.3$ .

vergencia/divergencia hacia una misma/distinta media, explicada por una reducción tanto de la desigualdad como de la polarización en el primer caso y el fenómeno contrario en el segundo; y 2) de un *clustering* con respecto a diversas medias locales, proceso que impone una relación inversa entre polarización y desigualdad. Para el período analizado, el patrón seguido en México se explica por el fenómeno de la divergencia, no solamente por la pérdida de valor y distanciamiento en la mayoría de los ingresos familiares, sino por una pérdida relativa del peso de la clase media, proceso atenuado en 1996 como resultado de la crisis.

El índice de la polarización es más alto en la expresión bimodal con respecto de aquella en tres grupos independientemente del valor asignado de  $\alpha$  y  $\beta$ , así como también la variación de la polarización es robusta tanto en ER como en EGR para cualquier nivel de sensibilidad de  $\alpha$ . Por su parte, la inferencia demuestra que el incremento de la bipolarización ha sido significativo. Los resultados de la partición óptima de la sociedad mexicana, indican que la clase media ha perdido peso, al pasar de casi 40% en 1984 a 34% del total de los hogares en 2000, nivel por debajo de aquél presentado por una amplia serie de países. De esta manera, México se ubica en el contexto internacional como uno de los países más polarizados no sólo por la mayor dualización en sus ingresos, sino por la creciente *desaparición* de la presunta clase media.

## BIBLIOGRAFÍA

- Aguilar, G., *Desigualdad y Pobreza en México ¿Son inevitables?*, UNAM/IIEC/IPN/CIECAS, México, Editorial Porrúa, febrero de 2000, pp. 13-203.
- Atkinson, A. B., "On the Measurement of Inequality", *Journal of Economic Theory*, núm. 2, 1970, pp. 244-263.
- Cowell, F., "Sampling Variance and Decomposable Inequality Measures", *Journal of Econometrics*, núm. 42, 1988, pp. 27-41.
- Cowell, F. y M. Mercader, "Equivalence of Scales and Inequality", *Working Paper*, Distributional Analysis Research Programme, ESRC, London School of Economics, 1997, pp. 1-34.
- Duclos, J. y M. Mercader, "Household needs and Poverty: With application

- to Spain and the U.K.”, *Review of Income and Wealth*, Series 45, (1), marzo de 1999, pp. 77-98.
- Efron, B. y R. J. Tibshirani, *An Introduction to Bootstrap*, Nueva York, Chapman and Hall, 1993.
- Esteban, Joan y Debraj Ray, “On the Measurement of Polarization”, *Econometrica*, núm. 62, 1994, pp. 819-52.
- , “Desigualdad y polarización. Una aplicación a la distribución interprovincial de la renta en España”, *Revista de Economía Aplicada*, vol. IV, núm. 11, 1996, pp. 5-26.
- Esteban, Joan; Carlos Gradín y Debraj Ray, “Extensions of a Measure of Polarization, with an Application to the Income Distribution of Five OECD Countries”, *Luxembourg Income Study, Working Paper Series*, núm. 218, Nueva York, Syracuse, Maxwell School of Citizenship and Public Affairs, Universidad de Syracuse, 1999.
- Gradín, Carlos, “Polarización y desigualdad en Galicia y España, un análisis comparativo”, *Revista de Estudios Regionales*, núm. 59, 2001, pp. 47-68.
- , *Polarization and Inequality: An International Comparison*, tesis doctoral no publicada, Departamento de Economía e Historia Económica, Universidad Autónoma de Barcelona, 1999, pp.46-68.
- Gradín, Carlos y Rossi Máximo, “Income Distribution in Uruguay: The Effects of Economic and Institutional Reforms”, *Documento de Trabajo* 3/01, Montevideo, Uruguay, Departamento de Economía, Facultad de Ciencias Sociales, Universidad de la República, 2001.
- Greene, W., *Econometric Analysis*, Prentice-Hall, 4<sup>th</sup> edition, 2000, pp. 875-879.
- Hernández, E., “Productividad y empleo en la apertura económica de México”, *El Trimestre Económico*, vol. LXVII(1), núm. 265, México, 2000, pp. 121-141.
- Horrigan, M. y S. Haugen, “The Declining Middle Class: a sensitivity analysis”, *Monthly Labour Review*, mayo de 1988.
- INEGI, Bases de Datos, *Encuestas Nacionales de Ingresos y Gastos de los Hogares, 1992-1998 y 2000*, México, 1994, 2000 y 2002, pp.8 4-89.
- Jenkins, S., “Did the middle class shrink during the 1980s? UK evidence from kernel density estimates”, *Economics letters*, núm. 49, 1995, pp. 407-413.

- Lambert, P. y Aronson, “Inequality Decomposition Análisis and the Gini Coefficient Revisited”, *The Economic Journal*, núm. 103, septiembre de 1993, pp. 1221-1227.
- Lustig, Nora, “Pobreza y Desigualdad: un desafío que perdura” *Revista de la CEPAL*, número extraordinario, CEPAL 50 años, Chile, 1998.
- Mookherjee, D. y A. Shorrocks, “A Decomposition Analysis of the Trend in the UK Income Inequality”, *The Economic Journal*, núm. 92(4), 1982, pp. 886-902.
- Paraje, Guillermo, “Inequality and Polarisation in the Great Buenos Aires, 1986-1999”, Presentado en el *XVIII Latin American Meeting of The Econometric Society*, Buenos Aires, Argentina, Universidad de Cambridge, 2001, pp. 1-44.
- Rosenthal, N., “The Shrinking Middle Class: Myth or Reality?”, *Monthly Labour Review*, marzo de 1985.
- Sánchez, G., y M. de María y Campos, “Los límites de la cohesión social en México: un primer esbozo de la sociedad mexicana del futuro”, en: *Los Límites de la Cohesión Social en México, Informe de la Sección mexicana del Club de Roma*, Mauricio de María y C. y Georgina S. (Coord.), Editorial Planeta Mexicana, septiembre de 2001, cap. 24, pp. 543-66.
- Székely, M., “Estabilización y ajuste con desigualdad y pobreza”, *El Trimestre Económico*, Fondo de Cultura Económica, vol. XLI(1), núm. 241, México, enero-marzo 1994, pp.135-75.
- Theil, H., *Economics and Information Theory*, North Holland, Amsterdam, 1967.
- Wolfson, M., “When Inequalities Diverge”, *American Economic Review*, núm. 84 (2), 1994, pp. 353-358.
- , “Divergent Inequalities: Theory and Empirical Results”, *Review of Income and Wealth*, núm. 43(4), 1997, pp. 401-421.